

## Filtres pour l'analyse courante

Simon Van Norden

Volume 80, numéro 2-3, juin-septembre 2004

Hommage à Marcel Dagenais

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/011398ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/011398ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Van Norden, S. (2004). Filtres pour l'analyse courante. *L'Actualité économique*, 80(2-3), 523-546. <https://doi.org/10.7202/011398ar>

### Résumé de l'article

L'auteur montre comment les techniques actuelles de filtrage passe-bande et leurs prolongements peuvent servir à estimer des tendances et des cycles courants. Ces techniques donnent des estimations jugées « optimales » compte tenu des données disponibles. Les erreurs types s'y rattachant représentent donc la borne inférieure de la marge d'erreur qui serait associée aux résultats produits par d'autres techniques univariées. Dans cette étude, l'auteur examine les applications de ce filtre aux problèmes que pose l'estimation de la croissance de la productivité, de l'inflation de base et de l'écart de production observés.

## FILTRES POUR L'ANALYSE COURANTE\*

Simon VAN NORDEN

*HEC Montréal*

*CIRANO*

et *CIREQ*

**RÉSUMÉ** – L'auteur montre comment les techniques actuelles de filtrage passe-bande et leurs prolongements peuvent servir à estimer des tendances et des cycles courants. Ces techniques donnent des estimations jugées « optimales » compte tenu des données disponibles. Les erreurs types s'y rattachant représentent donc la borne inférieure de la marge d'erreur qui serait associée aux résultats produits par d'autres techniques univariées. Dans cette étude, l'auteur examine les applications de ce filtre aux problèmes que pose l'estimation de la croissance de la productivité, de l'inflation de base et de l'écart de production observés.

**ABSTRACT** – This paper shows how existing band-pass filtering techniques and their extension can be applied to the common current-analysis problem of estimating current trends or cycles. These techniques give estimates that are « optimal » given the available data, so their standard errors represent a lower bound on what can be achieved with other univariate techniques. Applications to the problems of estimating current trend productivity growth, core inflation, and output gaps are considered.

### INTRODUCTION

Un problème courant en macroéconomie consiste à mesurer le cycle économique ou, plus généralement, à séparer les tendances à long terme des mouvements à court terme. Une technique permettant d'accomplir cette tâche peut être considérée comme un *filtre*, que l'on applique aux données économiques brutes avant d'en faire l'analyse. Le plus connu est le filtre de Hodrick-Prescott (H-P), qui est devenu le repère auquel sont comparés tous les autres filtres en macroéconomie<sup>1</sup>.

---

\* L'auteur voudrait remercier Christoph Schleicher pour ses commentaires, et HEC Montréal et la Banque du Canada pour leur appui financier.

1. Sa popularité actuelle vient de son utilisation dans le document charnière de Hodrick et Prescott (1977), finalement publié en tant que Hodrick et Prescott (1997), même si la technique date des années vingt.

Le choix du filtre H-P est nettement arbitraire. Ce filtre a été proposé et adopté, dans une grande mesure, parce qu'il donnait des résultats « en apparence raisonnables ». Son emploi a depuis été rationalisé et il est maintenant utilisé comme un filtre passe-bande approximatif. Un filtre passe-bande isole les mouvements d'une série se situant entre une limite supérieure et une limite inférieure données d'une fréquence ou durée; les mouvements hors de la bande de fréquence désirée sont éliminés. Comme c'est couramment le cas avec des données économiques trimestrielles, le filtre H-P élimine ou réduit grandement la plupart des mouvements à long terme de la série, tout en préservant ceux ayant approximativement les fréquences du cycle économique<sup>2</sup>. Il en résulte une série dont la tendance est retranchée, qui a l'apparence d'un cycle économique et qui a servi de base *agnostique* pour un très grand nombre d'analyses économiques<sup>3</sup>.

Compte tenu de son rôle prédominant et de son caractère arbitraire, le filtre H-P a suscité beaucoup d'émulation et d'innovation ces dernières années. Baxter et King (1999) proposent de remplacer le filtre H-P par un filtre passe-bande plus exact, soutenant que de meilleurs résultats découlent d'une meilleure approximation. Pollock (2000) et Gomez (2001) proposent l'utilisation d'autres filtres *ad hoc* qui sont fréquemment utilisés en génie et qui, également, correspondent approximativement à des filtres passe-bande<sup>4</sup>. Pedersen (1998) et Kaiser et Maravall (2001) proposent des extensions ou modifications du filtre H-P pour améliorer sa performance. La plupart de ces études, toutefois, ne traitent pas de l'application des filtres à l'analyse courante.

La caractéristique distinctive de l'analyse courante est qu'elle interprète la plus récente information disponible; le cycle (ou la tendance) d'intérêt se situe à la fin de l'échantillon de données. Les publications mentionnées ci-dessus s'intéressent surtout à l'analyse historique, axée principalement sur le cycle (ou la tendance) quelque part au milieu de l'échantillon. Cette distinction est parfois cruciale. L'analyse offerte dans les publications existantes se limite généralement aux filtres symétriques; pour isoler le cycle ou la tendance au temps  $t$ , de tels filtres utilisent un nombre égal d'observations antérieures et postérieures à  $t$ <sup>5</sup>. Ces filtres

2. En pratique, les cycles économiques sont définis comme ayant des durées se situant entre 6 et 32 trimestres. Cette définition a gagné en popularité après que Baxter et King (1999) eurent affirmé que Burns et Mitchell (1947) avaient ainsi caractérisé les cycles économiques. Ces valeurs ne sont pas coulées dans le béton; Stock et Watson (1998) signalent que Burns et Mitchell (1947 : 3) ont décrit les cycles économiques comme des phénomènes d'une durée « de plus d'un an à 10 ou 12 ans ».

3. L'affirmation selon laquelle les résultats « ont l'apparence » d'un cycle économique est un énoncé fautif très répandu. La mesure et l'analyse des cycles économiques, depuis les tous premiers débuts, utilisent le filtre H-P (ou des filtres à moyennes mobiles plus simples, qui produisent des résultats semblables). Par conséquent, il serait sans doute plus juste de dire que les résultats de ces filtres ont *défini* ce que nous considérons comme des cycles économiques. Voir Morley, Nelson et Zivot (1999).

4. Les deux auteurs examinent les filtres de Butterworth, dont, signalent-ils, le filtre H-P est simplement un cas particulier.

5. Baxter et King (1999), par exemple, suggèrent de réserver environ cinq ans de données de chaque côté de l'échantillon, pour disposer des « avances et retards » nécessaires.

sont donc inutilisables à la fin de l'échantillon. D'autres filtres trouvent justification dans leurs propriétés en milieu d'échantillon, mais peuvent se comporter très différemment à la fin de l'échantillon<sup>6</sup>.

Le présent document examine le problème du filtrage du point de vue de l'analyse courante. Plutôt que de s'attarder à des approximations *ad hoc* des filtres passe-bande, il montre comment construire des filtres passe-bande unilatéraux qui sont optimaux, en termes de minimisation de l'erreur quadratique moyenne (EQM). Contrairement aux filtres mentionnés dans les publications ci-dessus, le filtre optimal variera en fonction des propriétés de la série de données à filtrer. Bien que de tels filtres soient peu connus en macroéconomie, ils ne sont pas nouveaux; nous possédons des documents supplémentaires, disponibles sur demande, qui passent respectivement en revue les contributions de Koopmans (1974) et de Christiano et Fitzgerald (1999) et proposent une modeste extension de leurs résultats. Le texte principal du présent document donne une vue d'ensemble des filtres optimaux et en présente des applications à trois problèmes d'intérêt général : l'estimation de l'écart de production courant, du taux de croissance tendanciel courant de la productivité et du taux d'inflation tendanciel courant.

Les études reliées à celles mentionnées plus haut examinent la fiabilité d'estimations filtrées de tendances et de cycles<sup>7</sup>. Puisque le filtre d'analyse courante examiné dans le présent document minimise un critère EQM, nous pouvons évaluer sa fiabilité par rapport à celle d'autres filtres traités dans ces études. Le filtre examiné ici établit également une limite supérieure quant à l'exactitude que tout filtre de ce genre peut espérer atteindre. Puisque cette limite est liée, de façon complexe, aux propriétés des données analysées, nous étudions les propriétés du filtre optimal pour les trois problèmes fréquents d'analyse courante mentionnés ci-dessus.

La section suivante présente un survol non technique des filtres passe-bande et du filtre passe-bande unilatéral optimal. (Tel que mentionné précédemment, un autre document disponible sur demande, indique comment ce filtre est obtenu et en fournit une description plus détaillée.) Dans la deuxième section, le filtre est appliqué à trois problèmes fréquents de mesure de tendances et de cycles macroéconomiques. On présente ensuite un examen des résultats. La dernière section résume les conclusions et propose des pistes de recherche future.

---

6. Le filtre H-P en est un exemple. Les comparaisons avec les filtres passe-bande se fondent sur sa représentation MA symétrique, qui est une limite que le filtre approche au milieu d'un vaste échantillon. Sa représentation à l'extrémité de l'échantillon est très différente; voir St-Amant et van Norden (1997).

7. Signalons, par exemple, Setterfield, Gordon et Osberg (1992), Staiger, Stock et Watson (1997), Orphanides et van Norden (1999, 2002) et Cayen (2001).

## 1. UN FILTRE PASSE-BANDE OPTIMAL POUR L'ANALYSE COURANTE

1.1 *Filtres : un survol*<sup>8</sup>

Un filtre peut être décrit comme un algorithme qui traite une série chronologique de façon à produire une statistique plus révélatrice, par exemple le calcul de la « moyenne » des chutes de pluie à un endroit donné. Nous pouvons décrire ce phénomène ainsi :

$$S = f(\vec{y}) \quad (1)$$

où  $S$  est notre statistique,  $\vec{y}$  est notre série chronologique et  $f(\cdot)$  est notre filtre. Un tel processus peut être complexe, mais l'attention est souvent centrée sur un cas particulièrement simple et facile à traiter : le filtre *linéaire, invariant dans le temps*. Les caractéristiques distinctives de tels filtres sont que le poids  $\beta_i$  affecté à une observation particulière ne dépend pas de  $t$  et que l'opération est linéaire en  $\vec{y}$ <sup>9</sup>. Ces filtres peuvent donc être exprimés de la façon suivante :

$$S_t = \vec{\beta} \cdot \vec{y} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \beta_i \cdot y_{t-i} \quad (2)$$

Si l'on voit  $y_t$  comme un terme d'erreur aléatoire, le théorème de décomposition de Wold nous indique que cette classe de filtres est reliée à la classe du processus autorégressif à moyennes mobiles (ARMA). Dans cette situation, puisque les propriétés de  $\vec{y}$  sont tenues fixes, les propriétés de  $S$  sont déterminées par  $\vec{\beta}$  (ou vice-versa).

Souvent, nous centrons notre attention sur la dynamique de  $S$ , qui peut être caractérisée de façon unique au moyen de l'analyse de fréquence ou spectrale. L'idée est de décomposer tous les mouvements dans  $S$  en cycles de diverses fréquences et amplitudes. Une telle décomposition unique existe si  $S$  est stationnaire (et si elle ne l'est pas, on peut la différencier jusqu'à ce qu'elle le soit). De plus, puisque des cycles de fréquences différentes ne sont pas corrélés à long terme, la variance de  $S$  sera simplement la somme de ses variances sur toutes les fréquences. L'importance relative de ces différentes fréquences dans la variance globale nous renseigne sur le comportement dynamique de la série. Par exemple, une erreur identiquement et indépendamment distribuée (i.i.d.) présentera une variance constante à toutes les fréquences, tandis qu'une marche aléatoire aura beaucoup plus de variance aux basses fréquences (cycles longs) qu'aux fréquences élevées (cycles courts). La fonction décomposant la variance totale par fréquence est

8. Cette section présente une introduction intuitive aux notions utilisées dans le reste du présent document en ce qui touche les filtres. Elle peut être sautée sans perte de continuité pour les lecteurs connaissant l'analyse spectrale.

9. Plusieurs filtres bien connus n'entrent pas dans cette classe. Mentionnons le filtre H-P (dans lequel les poids varient avec  $t$ ) et le filtre de Hamilton concernant la probabilité d'être dans un régime particulier (qui est une fonction non linéaire de  $\vec{y}$ ).

généralement appelée *spectre* ou *densité spectrale* et, le plus souvent, elle est tracée de 0 (fréquences les plus basses, cycles infiniment longs) à  $\pi$  (fréquences les plus élevées observables, cycles de deux périodes).

Le spectre de  $S$  dépend à la fois des propriétés de  $\vec{\beta}$  et de celles de  $\vec{y}$ . Pour comprendre les effets de  $\vec{\beta}$ , on peut diviser le spectre de  $S$  par celui de  $\vec{y}$  pour définir la fonction de *gain quadratique* ou de *transfert* de  $\vec{\beta}$ . Les fréquences auxquelles le gain quadratique est supérieur à 1 sont accentuées dans  $S$ , tandis que celles dont le gain quadratique est (voisin de) zéro sont (presque) retranchées de  $S$ . L'objectif du filtrage *passé-bande* est de choisir  $\beta$  de façon à reproduire un type particulier de fonction de gain quadratique, c'est-à-dire ayant un gain de 1 sur un intervalle particulier de fréquences  $(l, u) \mid 0 \leq l < u \leq \pi$  et de zéro ailleurs. Si  $l = 0$ , on parle d'un filtre *passé-bas*, tandis que si  $u = \pi$ , il s'agit d'un filtre *passé-haut*.

Si un filtre a la propriété  $\beta_j = \beta_{-j}$ ,  $\forall j$ , il est appelé filtre *symétrique*, tandis que si  $\beta_j = 0$ ,  $\forall j > 0$ , le filtre est dit *unilatéral*<sup>10</sup>. Les filtres symétriques ont comme propriété que  $S$  n'aura ni tendance à avancer, ni tendance à retarder par rapport aux mouvements dans les composantes correspondantes de  $y$ ; on ne peut généralement pas en dire autant des filtres non symétriques<sup>11</sup>. Cet effet des filtres non symétriques est appelé *décalage de phase* et, en général, variera d'une fréquence à une autre.

## 1.2 Filtres applicables aux cycles économiques

Le filtrage *passé-bande* est une méthode de mesure de tendances ou cycles macroéconomiques dont l'attrait repose sur deux hypothèses clés :

- (i) On peut s'entendre sur une certaine durée seuil telle que les mouvements de durée plus longue seront interprétés comme des tendances et les mouvements de durée plus courte, comme des cycles.
- (ii) Outre cela, nous souhaitons rester relativement *agnostiques* quant aux processus économiques ou stochastiques qui génèrent les données.

Nous pouvons retrancher la composante tendancielle des données au moyen d'un filtre *passé-bas* (qui laissera passer toutes les fréquences *inférieures* au seuil, c'est-à-dire toutes les durées *supérieures* au seuil) pour isoler la tendance ou, de façon équivalente, utiliser un filtre *passé-haut* pour isoler le cycle. Deux des trois applications que nous étudions ci-dessous utilisent des filtres *passé-bas* pour isoler les tendances. Le cas des cycles économiques est plus complexe, car nous voulons exclure à la fois la composante tendancielle et une composante saisonnière, de courte durée. Nous avons donc besoin d'un filtre *passé-bande* bloquant les mouvements à la fois de très longue et de très courte durée.

10. Le seul filtre symétrique unilatéral est le filtre trivial, qui multiplie simplement  $y$ , par une constante; nous omettrons ce cas spécial et ferons comme si ces deux classes étaient mutuellement exclusives.

11. Pensons, par exemple, à la différence entre une moyenne mobile à pondération centrale et une moyenne mobile unilatérale.

Le filtre passe-bande idéal aurait un gain de zéro en dehors de l'intervalle  $(l, u)$  et un gain de un à l'intérieur. Des écarts par rapport à la première condition permettront le passage de fréquences non désirées, tandis que des écarts par rapport à la seconde auront pour effet de distordre le cycle « vrai » présent dans les données. Ce filtre unique existe et est donné par la formule

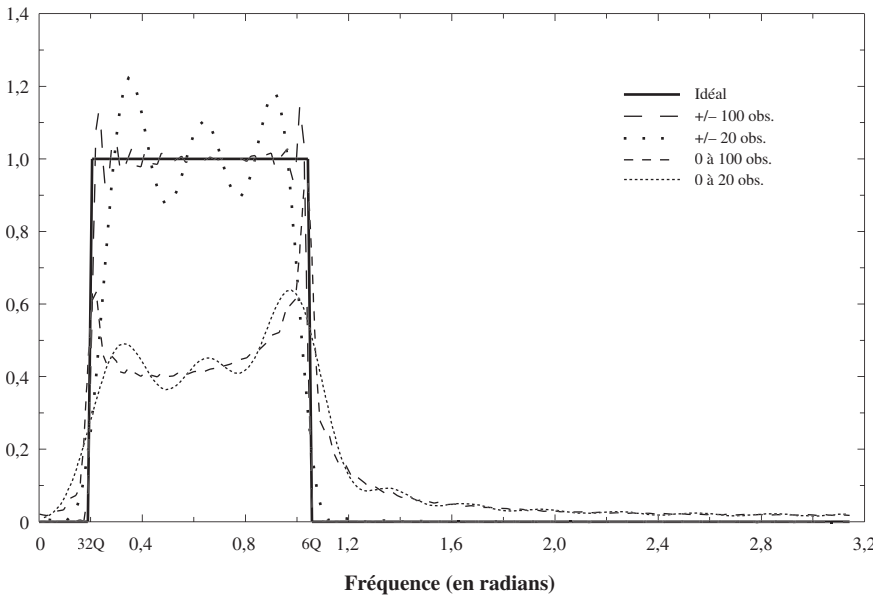
$$B_j = \frac{\sin ju - \sin jl}{\pi j} \text{ pour } |j| \geq 1, \\ = \frac{u-l}{\pi} \text{ pour } j = 0.$$

(3)

Ce filtre idéal pose un problème du fait que notre sommation, dans l'équation (2), doit aller de  $-\infty$  à  $\infty$ . En tronquant cette sommation à des valeurs finies, disons  $-N$  et  $N$ , on obtient un filtre approximatif pour lequel la forme rectangulaire désirée du gain quadratique est contaminée par des imperfections sinusoïdales (voir le graphique 1). Baxter et King (1999) soutiennent que l'utilisation de valeurs de  $N$  aussi petites que 20 donne des résultats raisonnables pour les cycles économiques américains, si l'on adopte les bornes de 6 et 32 trimestres de Burns et Mitchell.

GRAPHIQUE 1

GAIN QUADRATIQUE DES FILTRES PASSE-BANDE : IDÉAL ET APPROXIMATION



Le problème de cette approche est qu'elle ne peut être utilisée pour l'analyse courante. Le recours à l'approximation de Baxter et King avec  $N = 20$  dans le cas de données trimestrielles ferait en sorte que nos plus récentes estimations du cycle

économique remonteraient à 20 trimestres avant le dernier trimestre pour lequel nous avons des données. Une solution consisterait à utiliser la formule de Baxter-King à la fin de l'échantillon, en omettant simplement (c.-à-d. en remplaçant par zéro) les observations manquantes, qui ne sont pas encore connues. Comme le montre le graphique 1, cette méthode donne de piètres résultats, même pour de grandes valeurs de  $N$ ; les filtres résultants ont un gain très loin de 1, varient considérablement sur la bande de fréquences d'intérêt et laissent passer beaucoup plus de fréquences extérieures à la bande désirée. Stock et Watson (1998) utilisent une solution *ad hoc* différente. Ils ajustent la série chronologique disponible à un modèle d'autorégression simple, puis utilisent des prévisions issues du modèle ajusté pour remplacer les observations futures requises. Malheureusement, ils n'offrent pas de justification de cette procédure et n'examinent pas non plus dans quelle mesure elle s'approche du filtre idéal.

Une autre critique de cette approche est que même si le filtre utilisé a une fonction de gain voisine de celle du filtre idéal, la série qu'il produit ne sera pas forcément une bonne approximation de la série idéalement filtrée<sup>12</sup>. Le problème est que de nombreuses séries économiques présentent une « forme spectrale typique de Granger » : la densité de leur spectre est fortement concentrée aux fréquences les plus basses. En conséquence, dans l'examen de filtres passe-bande ou passe-haut (p. ex. pour mesurer les cycles économiques), nous nous préoccupons beaucoup plus du degré auquel nous approchons le filtre idéal aux basses fréquences qu'aux fréquences élevées<sup>13</sup>.

### 1.3 Filtres optimaux pour l'analyse courante

Pour adapter l'approche des filtres passe-bande au contexte de l'analyse courante, nous aimerions avoir un filtre optimal,  $\{\hat{B}_j\}$ , qui minimise

$$E \left[ \sum_{j=0}^{T-1} \hat{B}_j \cdot y_{T-j} - \sum_{j=-\infty}^{\infty} B_j \cdot y_{T-j} \right]^2. \quad (4)$$

Autrement dit, en supposant  $T$  observations dans la série que nous voulons filtrer,  $\{y_t\}$ , le filtre optimal nous donnera l'estimation à EQM minimum de ce que donnerait le filtre idéal avec des valeurs de  $\infty$  à  $-\infty$ . Ce problème a une solution unique dans des conditions relativement standard. Dans le cas où  $\{y_t\}$  est stationnaire, on observe que

$$\vec{\beta} = \sum_y^{-1} \vec{B} \cdot \vec{\sigma}_y \quad (5)$$

12. Voir par exemple Guay et St-Amant (1997).

13. Pedersen (1998) réexamine les filtres H-P de ce point de vue et suggère des solutions de rechange à la valeur traditionnelle de 1 600 pour leur paramètre de lissage.



où

$\vec{\beta} = [\hat{B}_0, \dots, \hat{B}_{T-1}]'$  est un vecteur colonne de longueur  $T$ ,

$\vec{\Sigma}_y = [\vec{\sigma}_{y,0}, \vec{\sigma}_{y,1}, \vec{\sigma}_{y,2}, \dots, \vec{\sigma}_{y,T-1}]'$  est une matrice  $T \times T$ ,

$\vec{\sigma}_{y,j} = [\sigma_y(-j), \sigma_y(-j+1), \sigma_y(-j+2), \dots, \sigma_y(T-1-j)]'$  est un vecteur colonne de longueur  $T$

$\vec{\sigma}_y = [\sigma_y(-q), \sigma_y(-q+1), \sigma_y(-q+2), \dots, \sigma_y(q)]'$  est un vecteur colonne  $2q+1$ ,

$\sigma_y(q) = \text{cov}(y_t, y_{t+q})$ ,

$\vec{\beta} = [\vec{\beta}^0, \vec{\beta}^1, \vec{\beta}^2, \dots, \vec{\beta}^{T-1}]$  est une matrice  $T \times 2q+1$ ,

$\vec{\beta}^j = [B_{j-q}, B_{j-q+1}, B_{j-q+2}, \dots, B_{j+q}]'$  est un vecteur colonne  $2q+1$ , et

$B_j$  est le poids du filtre idéal, donné par l'équation (3).

En général, ces poids optimaux dépendent (i) du nombre d'observations,  $T$ , que nous avons, (ii) de la dynamique de notre série,  $y_t$ , telle que mesurée par ses autocovariances, et (iii) des poids idéaux,  $B_j$ , provenant de l'équation (3). De plus, ils ont une interprétation intuitive en tant que solution d'un problème de régression, plus précisément une régression de l'ensemble doublement infini  $\{B_j \cdot y_{T-j}\}$  sur nos  $T$  observations,  $\vec{y}$ . Les coefficients résultants sont nos poids optimaux, de sorte que notre problème de minimisation de l'équation (4) vise simplement à réduire au minimum la variance des résidus de régression.

Nous pouvons mieux comprendre cette formule et l'interprétation intuitive ci-dessus en examinant deux cas spéciaux. Premièrement, supposons que  $y_t$  est i.i.d. Il en résulte que  $\sigma_y(l) = 0 \quad \forall l \neq 0$ , de sorte que nous pouvons poser  $q = 0$ . Cela fait de  $\vec{\sigma}_y$  un scalaire, égal à la variance de  $y$ , et  $\vec{\Sigma}_y$  est simplement la matrice identité multipliée par cette variance. En conséquence, l'équation (5) se simplifie encore davantage et devient  $\vec{\beta} = [B_0, \dots, B_{T-1}]$ . En d'autres termes, la solution optimale dans ce cas est simplement une version tronquée des poids idéaux, précisément la même solution que celles ayant révélé de très piètres résultats dans le graphique 1.

Supposons maintenant que  $y$  suit un processus  $MA(Q)$  stationnaire. Puisque ses autocovariances seront nulles pour les avances et retards supérieurs à  $Q$ , on a encore une détermination effective de  $q$  dans l'équation (5). Supposons cependant qu'au lieu d'utiliser les poids optimaux, nous utilisons l'approche de Stock et Watson consistant à « compléter » nos  $T$  observations avec  $Q$  prévisions prospectives / rétrospectives issues du modèle  $MA$  à chaque extrémité de l'échantillon, et que nous utilisons ensuite le filtre approximatif de Baxter-King avec  $N = Q$ . L'estimation obtenue de cette procédure *ad hoc* à deux étapes sera identique à l'estimation provenant de notre filtre optimal, car les poids optimaux donnés à l'équation (5) reflètent à la fois les poids utilisés pour former les prévisions prospectives /

rétrospectives aux extrémités de l'échantillon disponible et les poids que le filtre de Baxter-King leur affecterait. En d'autres termes, l'équation (5) implique que la procédure à deux étapes de Stock-Watson donnera des estimations optimales à l'extrémité de l'échantillon pourvu que (i) nous utilisions le « bon » modèle de prévision pour compléter nos données et (ii) nous complétions notre échantillon jusqu'à ce que nos prévisions aient convergé à zéro.

Une autre caractéristique de l'équation (5) est qu'elle nous permet de résoudre en fonction de la valeur minimum de l'équation (4). Cette caractéristique est utile, car elle nous indique dans quelle mesure nos meilleures estimations à l'extrémité de l'échantillon peuvent approcher les estimations idéales. La solution générale est donnée par

$$E \left[ \sum_{j=-\infty}^{\infty} B_j \cdot y_{T-j} \right]^2 - E \left[ \sum_{j=0}^{T-1} \hat{B}_j \cdot y_{T-j} \right]^2. \quad (6)$$

Dans le cas ci-dessus, où  $y$  est i.i.d., cela se réduit à

$$\left( \sum_{j=-\infty}^{\infty} B_j^2 - \sum_{j=0}^{T-1} B_j^2 \right) \cdot \sigma_y^2 = \left( \sum_{j=-\infty}^{-1} B_j^2 - \sum_{j=T}^{\infty} B_j^2 \right) \cdot \sigma_y^2. \quad (7)$$

## 2. APPLICATIONS

Nous examinons maintenant le rendement du filtre optimal en l'appliquant à trois problèmes d'intérêt général : l'estimation de l'écart de production courant, du taux de croissance tendanciel courant de la productivité et du taux d'inflation tendanciel courant. Le premier d'entre eux diffère des deux autres du fait que dans ce cas, les données brutes analysées sont des niveaux plutôt que des taux de croissance et que nous cherchons à isoler les fréquences intermédiaires plutôt que les basses fréquences. Puisque le filtre optimal est fonction des propriétés dynamiques de la série analysée, nos résultats vont vraisemblablement différer entre ces applications.

### 2.1 Données

Pour la production, notre série ( $Y_t$ ) est le logarithme naturel du PIB réel du Canada (en dollars de 1997) pour la période du premier trimestre 1961 au premier trimestre 2001. Pour l'inflation, la série ( $\pi_t$ ) est la différence mensuelle du logarithme naturel de l'IPC d'ensemble (désaisonnalisé) du Canada, pour la période de janvier 1948 à août 2001. Pour la productivité, la série ( $Q_t$ ) est le logarithme naturel des données trimestrielles du PIB réel canadien par heure travaillée, du premier trimestre 1966 au deuxième trimestre 2001; les heures travaillées sont le produit des heures hebdomadaires moyennes par le nombre de personnes occupées, ces deux valeurs provenant de l'Enquête sur la population active de Statistique

Canada. Notons que des composantes déterministes ont été retranchées des trois séries avant l'analyse. Dans le cas de  $Q_t$  et de  $\pi_t$ , les séries ont été décalées pour donner une moyenne nulle; dans le cas de  $Y_t$ , une tendance linéaire déterministe a également été retranchée.

Pour chaque série, deux estimations différentes de la fonction d'autocovariance,  $\sigma_y(q)$ , ont alors été construites. La première a consisté à ajuster un modèle ARMA d'ordre faible aux données (tableau 1), puis à utiliser les paramètres estimés du modèle ARMA pour calculer les covariances résultantes<sup>14</sup>. Dans le deuxième cas, les valeurs provenaient d'une estimation à noyau non paramétrique<sup>15</sup>. Dans les deux cas, chaque échantillon de  $N$  observations a été utilisé pour calculer  $N - 1$  autocovariances. Les deux approches ont parfois donné des estimations semblables, comme le montre le panneau supérieur gauche des graphiques 2 à 4, le noyau non paramétrique ayant tendance à refléter une dynamique un peu plus complexe et persistante. Le deuxième panneau (supérieur droit) des graphiques 2 à 4 montre le spectre correspondant pour chaque série.

TABLEAU 1  
MODÈLES ARMA ESTIMÉS

Série	$Q_t$	$\pi_t$	$Y_t$
Nombre de paramètres AR	0	0	1
$\rho$			0,968
Nombre de paramètres MA	0	12	1
$\sum \theta_i$		1,46	0,312
$\sigma^2 \times 10^6$	65,28	6,619	74,36
Nombre d'observations	141	631	162
Fréquence	Trimestrielle	Mensuelle	Trimestrielle

La dynamique semble très différente pour les trois séries. La croissance trimestrielle de la productivité affiche très peu de persistance et est bien approximée en tant que bruit blanc; son spectre est donc relativement plat. La production

14. La procédure *ARMABIC3* du module Coint pour GAUSS, par Ouliaris et Phillips (1995), a servi à l'estimation et à la sélection du modèle. Cette approche utilise le critère BIC pour la sélection du modèle et une procédure d'estimation itérative de Hannan-Rissanen à deux ou trois étapes.

15. Les résultats présentés ici utilisent le noyau spectral quadratique (sans la sélection de bande passante liée aux données). Une expérimentation limitée a permis de croire que les résultats n'étaient pas sensibles à ce choix.

montre des autocovariances s'affaiblissant lentement, en accord avec des racines autorégressives estimées voisines de 0,95. Son spectre a une forme typique de Granger, la densité étant énormément concentrée dans les basses fréquences. L'inflation mensuelle se situe entre ces deux extrêmes, avec une approximation ARMA dont la dynamique montre moins de persistance que celle de l'estimation à noyau non paramétrique<sup>16</sup>. Il en résulte deux spectres d'apparence très différente, celui de l'estimation ARMA apparaissant très plat, mais celui de l'estimation à noyau montrant une concentration encore plus grande dans les basses fréquences que le spectre de la croissance de la production.

## 2.2 Filtrage de la croissance de la productivité

Les tendances de la croissance de la productivité font l'objet de beaucoup d'analyses et l'intérêt envers les tendances courantes s'est intensifié ces dernières années. Bien que le caractère procyclique de la productivité du travail soit largement reconnu, la plupart des analyses de la croissance de la productivité ont peu cherché à séparer explicitement sa tendance et ses composantes cycliques, au-delà de l'examen des moyennes des taux de croissance sur plusieurs années. Il serait donc utile de construire des estimations optimales de la productivité tendancielle courante, ainsi que de savoir dans quelle mesure de telles estimations peuvent être fiables. C'est précisément ce que les résultats de la première section nous permettent maintenant de faire.

Puisque nous tentons de retrancher l'influence des cycles économiques des données sur la croissance de la productivité, nous adoptons la caractérisation de Burns-Mitchell-Baxter-King de ces cycles, qui suppose des durées pouvant atteindre huit ans. Notre filtre idéal pour des données trimestrielles est donc un filtre passe-bas symétrique qui bloque toutes les fréquences supérieures à  $\pi / 16$ . En tenant compte des résultats présentés à la section 2.1, c'est tout ce dont nous avons besoin pour construire le filtre optimal. Les propriétés de ce dernier sont décrites au graphique 2 et au tableau 2.

Le troisième panneau du graphique 2 (rangée du centre, à gauche) compare les poids des filtres optimaux et du filtre idéal. Dans le cas du modèle ARMA, les courbes sont identiques, car le modèle approxime la croissance de la productivité trimestrielle comme étant non corrélée; c'est précisément le cas simple examiné à la section 1.3. Les poids du modèle à noyau sont semblables, mais s'amenuisent plus lentement et sont un peu plus volatils, un reflet de la plus grande persistance détectée dans la série par l'estimation à noyau.

---

16. La sélection du modèle ARMA pour l'IPC a posé des problèmes. Il est douteux que le modèle MA(12) capte adéquatement la persistance de l'inflation, car cela signifierait que les chocs inflationnistes se dissipent entièrement en 12 mois.

GRAPHIQUE 2

FILTRAGE DE LA CROISSANCE DE LA PRODUCTIVITÉ TRIMESTRIELLE  
POUR ESTIMER SA TENDANCE COURANTE

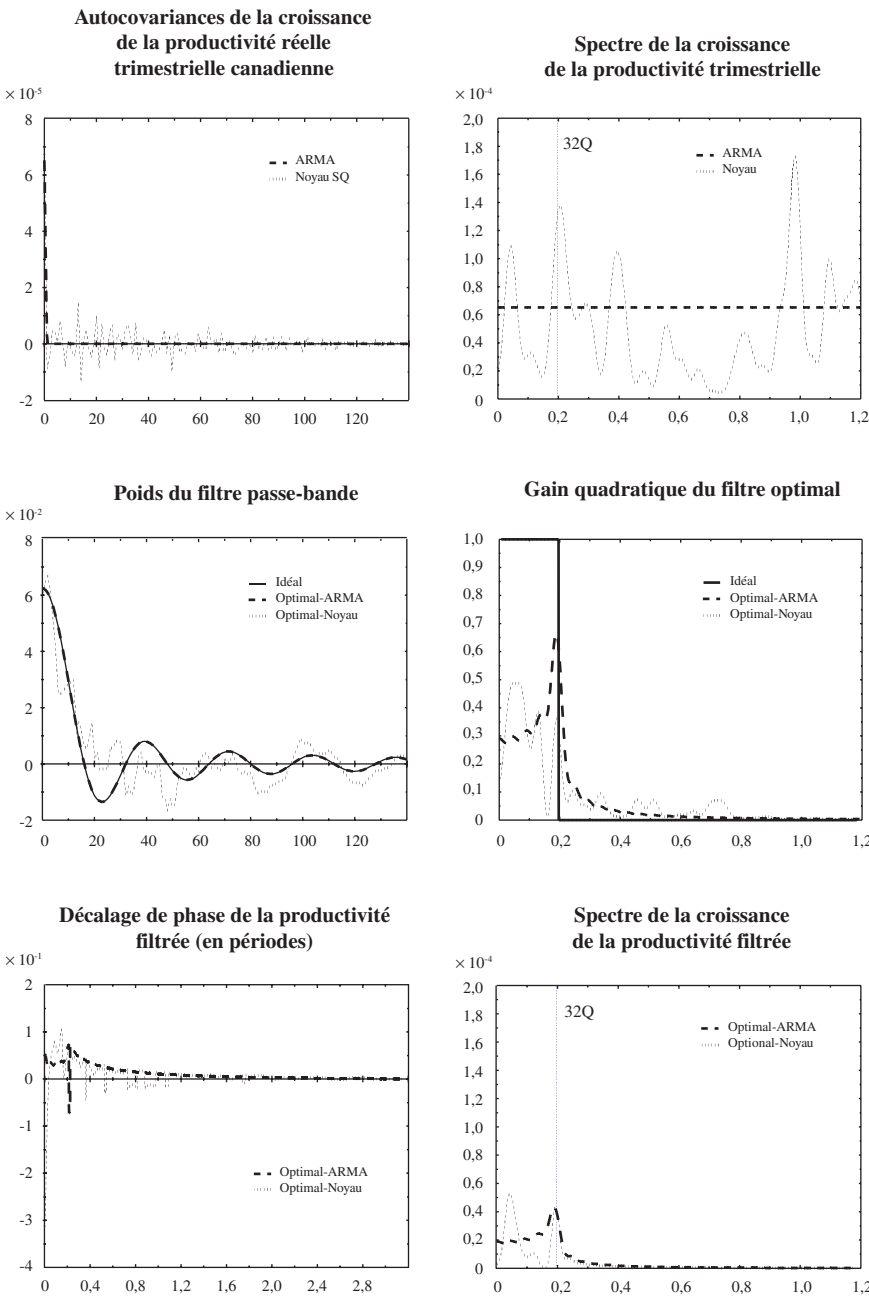


TABLEAU 2

FILTRE OPTIMAL POUR LES TENDANCES DE LA CROISSANCE DE LA PRODUCTIVITÉ

Statistique <sup>a</sup>	Modèle ARMA	Modèle à noyau
1) Variance de la série brute ( $\times 10^6$ ) <sup>b</sup>	65,28	67,15
2) Variance de la série idéalement filtrée ( $\times 10^6$ ) <sup>c</sup>	4,08	3,32
3) Variance de la série optimalement filtrée ( $\times 10^6$ ) <sup>d</sup>	2,14	1,70
4) EQM de l'estimation filtrée ( $\times 10^6$ ) <sup>e</sup>	1,94	1,62
5) Corrélation avec l'estimation idéale <sup>f</sup>	0,725	0,715
6) Rapport B / S <sup>g</sup>	0,903	0,954

NOTE : a. Toutes les intégrales ont été approximées numériquement en tant que somme de Reimann sur 10 000 fréquences également espacées dans l'intervalle  $(-\pi, \pi)$ .

b. Les différences entre les estimations de la variance du modèle ARMA et du modèle à noyau résultent des approximations dans la construction des autocorrélations théoriques du modèle ARMA; les estimations à noyau concordent exactement avec la variance d'échantillon de la série.

c. Calculée comme l'intégrale de la densité spectrale sur l'intervalle  $(-u, u)$ .

d. Calculée comme l'intégrale de la densité spectrale sur l'intervalle  $(-\pi, \pi)$ .

e. Résultat de  $(2) - (3)$

f. Résultat de  $\sqrt{(3)/(2)}$ .

g. Résultat de  $(4)/(3)$ .

Les panneaux 4 et 6 du graphique 2 (rangées du centre et du bas, à droite) comparent les propriétés spectrales des trois filtres et des deux séries optimalement filtrées. Le gain du filtre ARMA optimal montre le même profil que celui que nous avons vu précédemment dans le graphique 1 pour d'autres filtres idéaux tronqués; la seule différence est le nombre d'observations dans l'approximation<sup>17</sup>. Le filtre noyau optimal a une fonction de gain plus compliquée, ayant tendance à fluctuer autour du gain du filtre ARMA optimal. Notons que le filtre noyau a un gain particulièrement élevé pour certaines des fréquences entre 0 et 0,1 et un gain

17. Pour comprendre pourquoi un filtre ayant n'importe quel gain inférieur à 1 peut quand même être optimal, examinons l'effet d'une mise à l'échelle de tous les poids du filtre en les multipliant par une constante  $k > 1$ . Il en résulte que le gain quadratique est multiplié partout par  $k^2$ . Dans le cas du filtre ARMA, l'effet sera de réduire la différence entre son gain et celui du filtre idéal aux fréquences inférieures à la fréquence limite (c.-à-d. une réduction de la compression), ce qui améliorera l'estimation. Cet avantage est contrebalancé, toutefois, par l'effet d'un accroissement de la différence entre les deux filtres aux fréquences supérieures à la limite (c.-à-d. un accroissement des fuites). L'échelle optimale est celle à laquelle les avantages marginaux à certaines fréquences d'un changement d'échelle sont exactement égaux aux coûts marginaux à toutes les autres fréquences.

particulièrement faible pour certaines des fréquences entre 0,1 et 0,2. Cette emphase relative n'est pas inattendue, compte tenu des pointes et des creux du spectre de l'estimation à noyau dans ces intervalles, et donc de leur relative importance dans le rendement global du filtre.

En multipliant la densité spectrale à une fréquence donnée (panneau 2) par le gain quadratique à cette fréquence (panneau 4), on obtient le spectre de la série filtrée, présenté au panneau 6. Contrairement aux spectres relativement plats présentés au panneau 2, nos filtres passe-bas ont réussi à concentrer considérablement le spectre de la série filtrée sur les fréquences désirées. En même temps, toutefois, les imperfections des filtres optimaux sont clairement visibles; la densité spectrale aux basses fréquences est d'environ la moitié seulement de celle des données brutes et le spectre du filtre ARMA montre une pointe artificielle à la fréquence limite, révélant l'existence d'un cycle factice dans la série filtrée<sup>18</sup>.

Le rendement global du filtre sur l'ensemble des fréquences est résumé par les statistiques présentées au tableau 2. La variance de la série brute (ligne 1) est simplement l'aire sous le spectre présentée au panneau 2 du graphique 2<sup>19</sup>. De même, la variance de la série idéalement filtrée (ligne 2) est l'aire sous les spectres se trouvant entre les fréquences 0 et  $\pi/16$ . Dans ce cas, la tendance idéalement filtrée compte pour environ 1/20<sup>e</sup> de la variance totale de la série observée. L'estimation optimalement filtrée de cette tendance capte un peu plus de la moitié de la variance de la tendance idéale. En d'autres termes, l'EQM de l'estimation optimalement filtrée sera presque aussi variable que l'estimation elle-même; les rapports bruit-signal sont légèrement supérieurs à 0,9 et la corrélation entre l'estimation optimale et l'estimation idéale ne sera que d'environ 0,72. Fait peu étonnant, compte tenu des similitudes des estimations ARMA et à noyau des fonctions d'autocovariance, les deux filtres optimaux affichent eux aussi un rendement semblable.

### 2.3 Filtrage de l'inflation

La stabilité des prix étant devenue, depuis une quinzaine d'années, un objectif prioritaire des politiques monétaires un peu partout dans le monde, une attention accrue a été portée aux moyens de mesurer et de suivre les progrès accomplis en direction de cet objectif. La plupart des autorités monétaires proposent une mesure modifiée (ou « de base ») de l'inflation qui vise à refléter les tendances persistantes de l'inflation ou des pressions inflationnistes<sup>20</sup>. Il serait donc intéressant d'utiliser des filtres passe-bande pour élaborer des mesures optimales des tendances

18. Bien sûr, la présente application vise à produire une estimation ponctuelle plutôt qu'une série; cette observation pourrait donc être sans importance.

19. À strictement parler, c'est le double de cette aire, car le spectre complet est symétrique par rapport à 0; le graphique montre seulement la moitié de cette étendue. Cette remarque s'applique également à l'analyse des rangées subséquentes de ce tableau.

20. Contrairement aux techniques examinées dans le présent document, de nombreuses méthodes de mesure de l'inflation de base reposent sur l'analyse de mouvements de prix désagrégés.

courantes de l'inflation, ces tendances étant encore une fois définies à l'aide d'un filtre passe-bas. La fréquence limite appropriée à utiliser pour un tel filtre est ouverte à discussion; pour l'exemple examiné dans la présente section, une fréquence de  $\pi / 24$  (correspondant à des cycles de durée de 48 mois) est utilisée pour donner aux influences saisonnières et aux chocs nominaux de courte durée ample-ment de temps pour se dissiper. Les résultats sont présentés au tableau 3 et au graphique 3.

Le panneau 3 (rangée du centre, à gauche) du graphique 3 montre que les poids optimaux sont maintenant davantage différents des poids idéaux. Tandis que les poids idéaux sont très faibles et varient graduellement dans le temps, les deux ensembles de poids optimaux mettent beaucoup plus d'accent sur les obser-vations les plus récentes. Encore une fois, le modèle ARMA donne des poids qui convergent plus rapidement vers les poids idéaux que le modèle à noyau, ce qui reflète présumément la plus grande persistance dans la dynamique de l'estimation à noyau.

TABLEAU 3

FILTRE OPTIMAL POUR LES TENDANCES DE L'INFLATION<sup>A</sup>

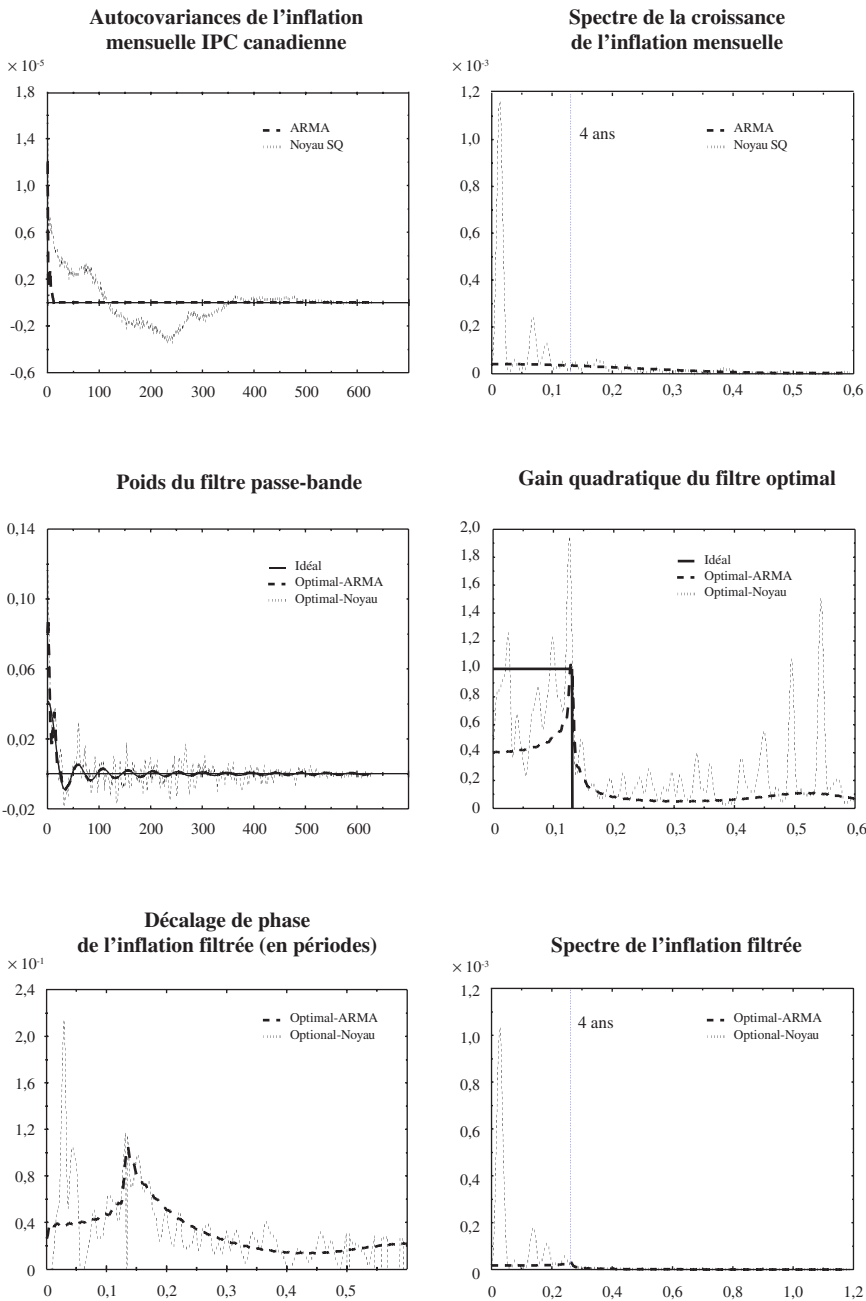
Statistique	Modèle ARMA	Modèle à noyau
1) Variance de la série brute ( $\times 10^6$ )	11,90	15,34
2) Variance de la série idéalement filtrée ( $\times 10^6$ )	1,63	6,60
3) Variance de la série optimalement filtrée ( $\times 10^6$ )	1,04	5,94
4) EQM de l'estimation filtrée ( $\times 10^6$ )	0,60	0,66
5) Corrélacion avec l'estimation idéale	0,796	0,949
6) Rapport B/S	0,577	0,111

NOTE : a. Voir les notes du tableau 2.



GRAPHIQUE 3

FILTRAGE DES DONNÉES MENSUELLES DE L'INFLATION TRIMESTRIELLE  
POUR ESTIMER SA TENDANCE COURANTE



Le panneau 4 (rangée du centre, à droite) montre que les fonctions de gain des filtres optimaux sont, encore ici, différentes de celles du filtre idéal sous plusieurs aspects. La fonction de gain, pour le filtre ARMA, ressemble à la forme présentée au graphique 1, avec un gain inférieur à 0,5 pour la majeure partie de la bande passante et un gain voisin de 1 seulement pour une bande étroite près de la fréquence limite. Bien que le gain chute brusquement passé ce point, il reste significativement supérieur à zéro pour le reste de la gamme de fréquences présentée dans le graphique. Le gain du filtre noyau n'est que grossièrement ressemblant à celui du filtre ARMA, la différence la plus frappante étant la présence de plusieurs pointes étroites dans la fonction de gain tout au long de la bande passante et de la bande bloquée. Le gain, dans la bande passante, varie par un facteur d'environ 10 à 1 et on note, hors de la bande passante, plusieurs pointes avec des gains de près de 1 ou supérieurs à 1.

Le panneau 6 (rangée du bas, à droite) révèle que, malgré l'apparente irrégularité des fonctions de gain, les deux séries filtrées résultantes captent en majeure partie la densité des données brutes aux basses fréquences et montrent une baisse radicale de la densité à la fréquence limite, n'affichant que très peu de densité aux fréquences les plus élevées. Cela tient au fait que les deux filtres ont de brusques chutes du gain à la fréquence limite et que les vastes fuites potentielles qu'ils permettent à des fréquences beaucoup plus élevées sont relativement peu importantes, compte tenu de leur peu d'importance dans le spectre original. De même, le gain variable du filtre noyau à l'intérieur de la bande passante ne semble pas beaucoup distordre le spectre de l'inflation dans cette bande. Cela s'explique par le fait que les pointes dans le spectre brut correspondent à des fréquences autour desquelles le gain est voisin de 1, tandis que les endroits où le gain est particulièrement faible dans la bande passante correspondent à des creux dans le spectre brut.

Le tableau 3 confirme le rendement relativement bon du filtre optimal, notamment pour le modèle à noyau. Le filtre ARMA optimal a un rendement quelque peu supérieur à son homologue dans le cas de la croissance de la productivité, donnant des corrélations avec le filtre idéal de près de 80 % et un rapport bruit-signal de 58 %. Le filtre noyau optimal, toutefois, a un bien meilleur rendement, donnant une corrélation de 95 % avec le filtre idéal et un rapport bruit-signal de seulement 11 %.

Ce rendement amélioré est en accord avec l'interprétation intuitive mentionnée à la section 1.3, selon laquelle la persistance tend à améliorer la qualité des estimations courantes de la tendance. On peut le comprendre à la lumière de la procédure à deux étapes de Stock-Watson : plus une série est persistante, plus nous sommes en mesure de la prévoir et, donc, mieux nous approximations le filtre idéal. Puisque les estimations à noyau de la fonction d'autocovariance impliquent une dépendance beaucoup plus longue que le modèle MA(12) choisi par la procédure de spécification du modèle ARMA, elles signifient que nous devrions être en mesure de prévoir l'inflation beaucoup plus loin dans l'avenir et, donc, de réduire la différence entre les estimations du filtre au milieu et à l'extrémité de l'échantillon.

Une autre façon de comprendre ces résultats est de se rappeler qu'à mesure que la persistance augmente, le spectre de notre série de données devient de plus en plus concentré dans les basses fréquences. Notre objectif de définir un filtre passe-bas est un facteur qui, à son tour, réduit l'importance des fuites aux fréquences plus élevées, ce qui permet une augmentation du gain moyen du filtre optimal et, donc, une meilleure approximation du filtre idéal.

#### 2.4 Filtrage du PIB

Les filtres optimaux pour les cycles économiques et leurs propriétés sont décrits dans le graphique 4 et au tableau 4. Contrairement aux deux filtres examinés ci-dessus, il s'agit dans le cas présent d'un filtre passe-bande plutôt qu'un filtre passe-bas et il utilise les valeurs suggérées par Baxter et King ( $\pi / 16$ ,  $\pi / 3$ ) pour définir les fréquences d'intérêt.

Le panneau 3 (rangée du centre, à gauche) du graphique 4 montre qu'en dehors de quelques observations au début, les poids ARMA optimaux sont indiscernables des poids idéaux. Les poids de l'estimation à noyau, toutefois, montrent ici encore beaucoup plus de variation et se dissipent plus lentement. Le panneau 4 (rangée du centre, à droite) montre que le gain quadratique du filtre ARMA optimal ressemble aux profils présentés dans le graphique 1. La fonction de gain pour le filtre noyau correspond en gros à celle du filtre ARMA, mais avec une plus grande volatilité se reflétant dans des pointes et creux étroits et de grande ampleur par rapport au filtre ARMA. La pointe maximale de gain se situe à la limite supérieure de la bande passante, atteignant tout près de 2,0, tandis que plusieurs points dans la bande passante ont des gains voisins de zéro.

TABLEAU 4

FILTRE OPTIMAL POUR LES CYCLES ÉCONOMIQUES<sup>a</sup>

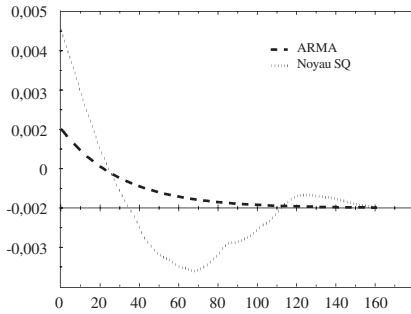
Statistique	Modèle ARMA	Modèle à noyau
1) Variance de la série brute ( $\times 10^6$ )	2 006	4 524
2) Variance de la série idéalement filtrée ( $\times 10^6$ )	168,9	442,0
3) Variance de la série optimalement filtrée ( $\times 10^6$ )	90,5	257,2
4) EQM de l'estimation filtrée ( $\times 10^6$ )	78,4	184,8
5) Corrélation avec l'estimation idéale	0,732	0,763
6) Rapport B/S	0,866	0,719

NOTE : a. Voir les notes du tableau 2.

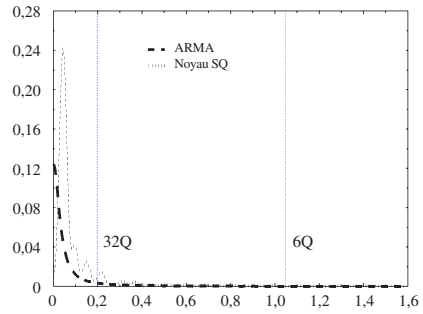
# GRAPHIQUE 4

FILTRAGE DE LA PRODUCTION TRIMESTRIELLE  
POUR ESTIMER LE CYCLE ÉCONOMIQUE COURANT

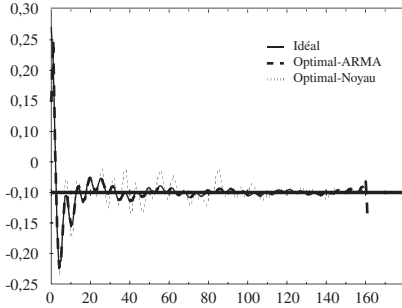
**Autocovariances du PIB réel  
trimestriel canadien dont  
la tendance est retranchée**



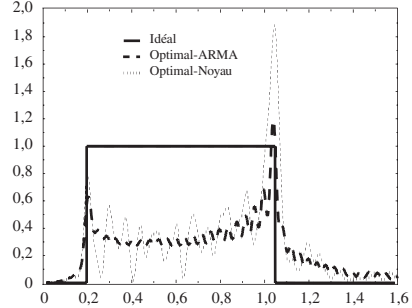
**Spectre du PIB dont  
la tendance est retranchée**



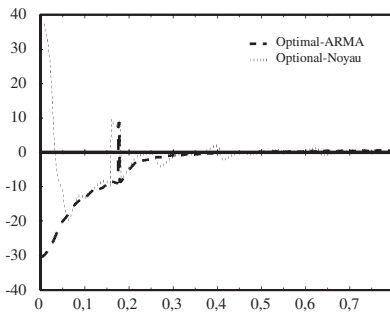
**Poids du filtre passe-bande**



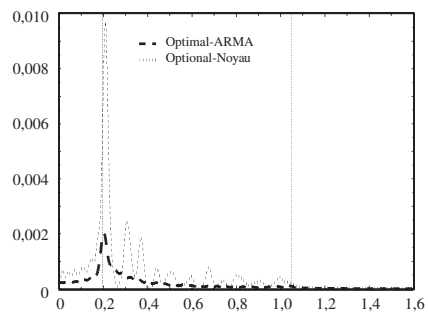
**Gain quadratique du filtre optimal**



**Décalage de phase  
du PIB filtré (en périodes)**



**Spectre du PIB filtré**



Le panneau 6 (rangée du bas, à droite) montre que les deux séries filtrées ont efficacement bloqué la partie des hautes fréquences du spectre original, mais que les deux semblent permettre des fuites importantes aux fréquences les plus basses. Les résultats présentés au tableau 4, semblables pour les deux modèles, reflètent apparemment ces fuites aux basses fréquences. La corrélation entre les estimations des filtres optimaux et du filtre idéal n'est que d'environ 75 %, tandis que le rapport bruit-signal varie entre 72 % pour le modèle à noyau et 87 % pour le modèle ARMA.

#### 2.4.1 *Fiabilité des estimations courantes de l'écart de production*

La possibilité d'estimer la fiabilité des écarts de production se révèle particulièrement pertinente pour l'optimisation des politiques monétaires. Il est donc intéressant de comparer les résultats ci-dessus avec d'autres estimations récentes dans la littérature.

Christiano et Fitzgerald (1999) résolvent en gros le même problème de filtre optimal que dans le présent document. Toutefois, se fondant sur une expérimentation avec des modèles de la classe IMA(1,  $q$ ), ces auteurs concluent que la plupart des séries chronologiques de nature économique peuvent être quasi optimalement filtrées si nous supposons que ce sont des marches aléatoires et que nous résolvons en fonction du filtre approximativement optimal correspondant<sup>21</sup>. Dans ce cas, les poids du filtre deviennent des fonctions uniquement des fréquences limites et de la taille de l'échantillon. Les auteurs calculent que la corrélation entre leur filtre quasi optimal et la mesure idéalement filtrée du cycle économique est approximativement de 0,65 et que le rapport bruit-signal est de 0,77<sup>22</sup>. Cette corrélation est plus faible que celle que nous trouvons ici pour les deux modèles, tandis que le rapport bruit-signal de ces auteurs est trop optimiste par rapport aux résultats ARMA, mais légèrement pessimiste par rapport aux résultats du modèle à noyau.

Orphanides et van Norden (1999, 2002) et Cayen (2001) étudient d'autres filtres qui n'ont pas de propriétés passe-bande optimales, mais qui sont néanmoins utilisés pour la mesure de cycles économiques. Ils font une comparaison entre les estimations mobiles produites lorsque de tels filtres sont appliqués à l'extrémité de l'échantillon et des estimations historiques produites une fois que de nombreuses

21. Le fait qu'ils utilisent des modèles IMA d'ordre faible garantit présumément que les poids optimaux et leurs poids approchés ne différeront que pour quelques observations en fin d'échantillon, lesquelles différences, d'ailleurs, seront peu prononcées. Il serait intéressant de voir si l'utilité de l'approximation de la marche aléatoire serait préservée dans l'éventualité où on utiliserait plutôt des modèles à noyau ou ARIMA pour obtenir les filtres optimaux.

22. La corrélation est tirée du point d'extrémité du graphique de la colonne de gauche, rangée du centre, du graphique 6, tandis que le rapport signal-bruit est donné à la page 21 de leur document. Notons que leur filtre passe-bande est établi de façon à laisser passer tous les cycles de durée allant de 2 à 8 ans, comparativement à l'intervalle de 6 à 32 trimestres utilisé ici.

années subséquentes de données deviennent disponibles<sup>23</sup>. L'ampleur de cette révision des cycles économiques estimés correspond à la différence entre les estimations de notre filtre idéal et de nos filtres optimaux. À l'aide de données américaines, Orphanides et van Norden (1999) trouvent des coefficients de corrélation allant de 0,63 à 0,96, selon le modèle utilisé<sup>24</sup>. Cayen (2001) utilise des données canadiennes et trouve, pour les mêmes modèles, des coefficients de corrélation allant de 0,70 à 0,84<sup>25</sup>.

Nous pouvons aussi reconstruire les rapports bruit-signal pour Orphanides et van Norden (1999) d'après le rapport entre l'écart type indiqué pour les révisions et l'écart type de la mesure finale de l'écart de production. Les chiffres sont présentés au tableau 5; les valeurs vont de 0,34 à 0,79.

TABLEAU 5  
RECONSTRUCTION DES RAPPORTS BRUIT-SIGNAL  
DE ORPHANIDES ET VAN NORDEN (1999)

Modèle	Erreurs <sup>a</sup> (1)	Finales <sup>b</sup> (2)	Bruit/Signal = (1) / (2)
Clark	1,11	2,11	0,53
Harvey-Jaeger	1,22	1,55	0,79
Watson	1,16	3,44	0,34

NOTE : a. Les chiffres sont les écarts types indiqués pour les révisions finales - quasi finales, tirés de Orphanides et van Norden (1999 : 36, tableau 4).

b. Les chiffres sont les écarts types indiqués pour les écarts de production finals, tirés de Orphanides et van Norden (1999 : 32, tableau 1).

Bien qu'il semble contre-intuitif que des modèles non optimaux puissent parfois donner de meilleures corrélations ou de meilleurs rapports bruit-signal que les mesures optimales élaborées dans le présent document, il importe de se rappeler que ces modèles ne sont pas strictement comparables, car ils diffèrent dans la façon dont ils définissent la tendance et le cycle. Ces résultats, toutefois, laissent croire qu'il ne faut pas s'attendre à ce que les techniques optimales fondées sur les fréquences donnent des estimations nettement meilleures que d'autres méthodes évoluées d'analyse des séries chronologiques.

23. Dans la terminologie de ces études, ce sont les estimations finales et quasi finales. La révision finale-quasi finale offre plus de similitude avec l'erreur d'estimation considérée dans le présent document, car dans les deux cas, il n'est pas tenu compte du rôle de l'incertitude dans le processus sous-jacent qui génère les données.

24. Orphanides et van Norden (1999 : 32, tableau 1). Les résultats sont les corrélations entre les estimations quasi finales et finales pour les modèles de Watson, Clark et Harvey-Jaeger.

25. Cayen (2001 : 41, tableau 1).

## CONCLUSION

Les démonstrations théoriques indiquent comment construire des filtres passe-bande optimaux pour les modèles ARIMA généralement appliqués aux séries chronologiques en macroéconomie. Ces démonstrations, ainsi que les applications de tels filtres examinées ci-dessus, font ressortir plusieurs résultats intéressants.

Premièrement, on constate que l'exactitude de ces filtres peut varier considérablement. Quand une série a peu ou pas de prévisibilité, comme dans le cas de la croissance de la productivité, notre capacité de mesurer la tendance à long terme courante s'en trouve limitée. Nous avons donc observé que les estimations courantes de la croissance de la productivité tendancielle montrent des corrélations à peine supérieures à 70 % avec des estimations comparables construites sur la base de données rétrospectives; en d'autres termes, le rapport bruit-signal des filtres est voisin de 1. Il s'ensuit que la mesure des tendances de la productivité est le plus difficile des trois problèmes examinés dans le présent document.

Dans le cas de l'inflation, bien que les résultats soient quelque peu sensibles à la représentation choisie, ils montrent comment une prévisibilité accrue améliore notre mesure des tendances courantes. Si l'on accepte que le modèle à noyau est la représentation la plus plausible de la dynamique de l'inflation, il en résulte que les tendances courantes de l'inflation peuvent être mesurées avec une exactitude considérable, ce modèle donnant des corrélations de 95 % avec les meilleures mesures *ex post* et des rapports bruit-signal à peine plus élevés que 10 %.

La persistance est une arme à deux tranchants, toutefois, quand on cherche à mesurer des cycles courants, comme l'indiquent les résultats de la mesure des cycles économiques. D'un côté, elle accroît la quantité d'information disponible sur l'avenir de la série, réduisant ainsi la différence entre les estimations courantes et futures de la tendance. En revanche, en augmentant la quantité relative de bruit à filtrer, elle accroît les effets potentiels des fuites et, par conséquent, de l'erreur de mesure. Dans le cas de la mesure des cycles économiques, on observe que les filtres optimaux n'offrent pas un rendement particulièrement bon; leurs corrélations et leurs rapports bruit-signal ne sont pas beaucoup meilleurs que ceux observés pour la croissance de la productivité.

Les résultats relatifs aux cycles économiques surprennent quelque peu, compte tenu de travaux antérieurs ayant examiné le rendement de modèles non fréquentiels des tendances et cycles. La comparaison de ces résultats semble indiquer que ces derniers modèles seront parfois tout autant, et même davantage, performants que les méthodes optimales analysées ici. De telles comparaisons peuvent être trompeuses, toutefois, car les tendances et les cycles ne sont pas définis de la même façon selon les modèles. Les travaux antérieurs, en outre, étaient axés sur des modèles présumant que la production suivait une tendance stochastique, plutôt que la tendance déterministe supposée ici. Un rapprochement de ces résultats devrait examiner dans quelle mesure les résultats des filtres fréquentiels sont sensibles à l'hypothèse de stationnarité de la tendance.

Plus généralement, la sensibilité des filtres optimaux à la dynamique présumée des séries de données a besoin d'être évaluée de façon plus approfondie. On pourrait ainsi scruter de plus près l'affirmation de Christiano et Fitzgerald (1999) selon laquelle l'hypothèse d'une dynamique de marche aléatoire convient à la plupart des séries chronologiques en macroéconomie, ce qui pourrait représenter une importante simplification pour les applications. Il y aurait aussi des répercussions sur l'exactitude avec laquelle on peut s'attendre, de façon réaliste, à mesurer les cycles économiques. La seule source d'erreur examinée dans le présent document est la mesure dans laquelle les cycles estimés seront révisés à mesure que de nouvelles observations deviendront disponibles. Comme il est indiqué dans Orphanides et van Norden (1999, 2002), d'autres sources sont aussi possibles, par exemple : erreur d'estimation dans la fonction d'autocovariance, révision des données et spécification erronée du modèle. Les résultats présentés ici devraient donc être considérés comme des bornes inférieures de l'erreur totale de mesure dans les estimations de tendances et cycles courants basées sur des fréquences.

#### BIBLIOGRAPHIE

- BAXTER, M. et R. KING (1999), « Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series », *Review of Economics and Statistics*, 81(4) : 575-593.
- BURNS, A.F. et W.C. MITCHELL (1947), *Measuring Business Cycles*, NBER, New York.
- CAYEN, J.-P. (2001), « Fiabilité des estimations de l'écart de production au Canada », HEC Montréal, mémoire.
- CHRISTIANO, L.C. et T.J. FITZGERALD (1999), « The Band Pass Filter », Federal Reserve Bank of Cleveland, Working Paper no 99-06. Également publié en tant que NBER Working Paper no 7257.
- COGLEY, T. et J.M. NASON (1995), « Effects of the Hodrick-Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series: Implications for Business Cycle Research », *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19 : 253-278.
- DEN HAAN, W.J. et S. SUMNER (2001), « The Comovements Between Real Activity and Prices in the G7 », University of California, San Diego Department of Economics, Working Paper no 2001-05.
- GERLACH, S. et F. SMETS (1997), « Output Gaps and Inflation: Unobservable-Components Estimates for the G-7 Countries », Banque des règlements internationaux, Bâle. Photocopie.
- GOMEZ, V. (2001), « The Use of Butterworth Filters for Trend and Cycle Estimation in Economic Time Series », *Journal of Business and Economic Statistics*, 19(3) : 365-373.
- GUAY, A. et P. ST-AMANT (1997), « Do Mechanical Filters Provide a Good Approximation of Business Cycles? », Rapport technique no 78, Ottawa : Banque du Canada.
- HARVEY, A.C. (1985), « Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series », *Journal of Business and Economic Statistics*, 3 : 216-227.



- HARVEY, A.C. et A. JAEGER (1993), « Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle », *Journal of Applied Econometrics*, 8 : 231-247.
- HODRICK, R. et E. PRESCOTT (1997), « Post-War Business Cycles: An Empirical Investigation », *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29(1) : 1-16. (Version sous forme de document de travail citée en tant que Hodrick et Prescott, 1977.)
- KAISER, R. et A. MARAVALL (2001), « Measuring Business Cycles in Economic Time Series », *Lecture Notes in Statistics*, volume 154. Springer Verlag.
- KOOPMANS, L.H. (1974), *The Spectral Analysis of Time Series*, San Diego, CA : Academic Press.
- KUTTNER, K.N. (1994), « Estimating Potential Output as a Latent Variable », *Journal of Business and Economic Statistics*, 12(3) : 361-368.
- MORLEY, J., C. NELSON et E. ZIVOT (1999), « Why are Beveridge-Nelson and Unobserved-Component Decompositions of GDP so Different? », University of Washington, photocopie.
- ORPHANIDES, A. et S. VAN NORDEN (1999), « The Reliability of Output Gap Estimates in Real Time », *Finance and Economics Discussion Series*, 1999-38, Federal Reserve Board, Washington.
- ORPHANIDES, A. et S. VAN NORDEN (2002), « The Unreliability of Output Gap Estimates in Real Time », *The Review of Economics and Statistics*, 84(4), 569-583.
- OULIARIS, S. et P.C.B. PHILLIPS (1995), *Coint 2.0: GAUSS Procedures for Cointegrated Regressions*, Aptech Systems.
- PEDERSEN, T.M. (1998), « The Hodrick-Prescott Filter, The Slutsky Effect, and the Distortionary Effect of Filters », University of Copenhagen, Institute of Economics Discussion Paper no 98/09.
- POLLOCK, D.S.G. (2000), « Trend Estimation and De-trending via Rational Square-Wave Filters », *Journal of Econometrics*, 99(2) : 317-334.
- ST-AMANT, P. et S. VAN NORDEN (1997), « Measurement of the Output Gap: A Discussion of Recent Research at the Bank of Canada », *Rapport technique* no 79 : Ottawa, Banque du Canada.
- SCHLEICHER, C. (2001), « Approximate Bandpass Filters for ARIMA Models », University of British Columbia, photocopie.
- SETTERFIELD, M.A., D.V. GORDON et L. OSBERG (1992), « Searching for a Will o' the Wisp: An Empirical Study of the NAIRU in Canada », *European Economic Review*, 36(1) : 119-136.
- STAIGER, D., J.H. STOCK et M.W. WATSON (1997), « The NAIRU, Unemployment and Monetary Policy », *Journal of Economic Perspectives*, 11(1) : 33-49.
- STOCK, J. et M. WATSON (1998), « Business Cycle Fluctuations in U.S. Macroeconomic Time Series », NBER Working Paper no 6528. Aussi disponible dans J.B. TAYLOR et M. WOODFORD (dir.), *The Handbook of Macroeconomics*. Amsterdam : Elsevier Science.